

TERCJA  Systemy Pomiarowe i Komputerowe Stanisław Żwan

Tytuł projektu; Innowacyjne urządzenie do wykonywania testów wydajnościowych naftowych otworów wiertniczych.



INSTYTUT MASZYN PRZEPŁYWOWYCH

im. Roberta Szewalskiego

POLSKIEJ AKADEMII NAUK

80-952 Gdańsk

ul. J. Fiszer 14

Tel. (centr.): 058 3460881 Fax: 058 3416144

e-mail: imp@imp.gda.pl

Tel. (sekr.): 058 3416071

www.imp.gda.pl

Marcin Lackowski, Tomasz Ochrymiuk

Wstępne założenia modelowania numerycznego demistera separatora poziomego z separacją w funkcji temperatury

Gdańsk, grudzień 2017

Wstępne założenia izotermicznego demistera – uśrednione równania zachowania

Demister najkorzystniej z punktu widzenia obliczeń numerycznych potraktować jako materiał porowaty. Ośrodek porowaty opisany jest poprzez człon źródłowy dodany do standardowego równania pędu

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \bar{w}) + \nabla \cdot (\rho \bar{w} \bar{w}) = -\nabla p + \nabla \cdot (\bar{\tau}) + p \bar{g} + \bar{F} \quad (4)$$

gdzie

$$\bar{\tau} = \mu \left[(\nabla \bar{w} + \nabla \bar{w}^T) - \frac{2}{3} \nabla \cdot \bar{w} I \right] \quad (5)$$

Człon S_i składa się z dwóch części: straty lepkościowe na pokonanie oporów przepływu przez ośrodek porowaty (klasyczne prawo Darcy, pierwsza część prawej strony równania (6)) i straty wewnętrzne (druga część prawej strony równania (6)):

$$S_i = - \left(\sum_{j=1}^3 D_{ij} \mu w_j + \sum_{j=1}^3 C_{ij} \frac{1}{2} \rho |w| w_j \right) \quad (6)$$

gdzie S_i jest członem źródłowym równania pędu ($i = x, y$ lub z), $|w|$ jest modułem prędkości a D i C są danymi macierzami. Ubytek momentu związany jest z gradientem ciśnienia w medium porowatym i generuje spadek ciśnienia proporcjonalny do prędkości przepływu. W przypadku homogenicznych materiałów porowatych mamy:

$$S_i = - \left(\frac{\mu}{\alpha} w_i + C_2 \frac{1}{2} \rho |w| w_i \right), \quad (7)$$

gdzie α jest przepuszczalnością, a C_2 jest współczynnikiem oporu wewnętrznego, czyli D i C są macierzami diagonalnymi z $1/\alpha$ i C_2 odpowiednio na przekątnych i zerami dla reszty elementów macierzy

W przepływach laminarnych przez materiały porowate, spadek ciśnienia jest wprost proporcjonalny do prędkości i stała C_2 może być pominięta. Ignorując zjawiska konwekcyjne i dyfuzyjne, model przepływu w materiałach porowatych redukuje się do prawa Darcy:

$$\nabla p = - \frac{\mu}{\alpha} \bar{w}. \quad (8)$$

Spadek ciśnienia liczony jest więc dla każdego wymiaru (x, y, z) ośrodka porowatego zależności:

$$\Delta p_x = \sum_{j=1}^3 \frac{\mu}{\alpha_{xj}} w_j + \Delta n_x \quad (9)$$

$$\Delta p_y = \sum_{j=1}^3 \frac{\mu}{\alpha_{yj}} w_j + \Delta n_y \quad (10)$$

$$\Delta p_z = \sum_{j=1}^3 \frac{\mu}{\alpha_{zj}} w_j + \Delta n_z \quad (11)$$

gdzie $1/\alpha_{ij}$ są składnikami macierzy D , w_j są składowymi prędkościami w kierunkach x, y, z , $\Delta n_x, \Delta n_y, \Delta n_z$ oznaczają grubość ośrodka porowatego w kierunku x, y i z .

Przy wyższych prędkościach przepływu, stała C_2 wprowadza poprawkę na straty generowane oporem wewnętrznym. Stała ta może być rozumiana jako współczynnik straty odniesiony do długości wzdłuż kierunku przepływu.

W przypadku płytek perforowanych (substytut materiały porowatego) być może będzie można pominąć człon przepuszczalny i użyć tylko członu strat wewnętrznych, co daje nam równania:

$$\nabla p = -\sum_{j=1}^3 C_{2ij} \left(\frac{1}{2} \rho w_j |w| \right) \quad (12)$$

lub pisząc jako spadki ciśnień w kierunku x, y, z :

$$\Delta p_x \approx \sum_{j=1}^3 C_{2xj} \Delta n_x \frac{1}{2} \rho w_j |w|$$

$$\Delta p_y \approx \sum_{j=1}^3 C_{2yj} \Delta n_y \frac{1}{2} \rho w_j |w|$$

$$\Delta p_z \approx \sum_{j=1}^3 C_{2zj} \Delta n_z \frac{1}{2} \rho w_j |w|$$

Istotą zastępowania płyt perforowanych materiałem porowatym jest wyznaczenie charakterystyk zastępczego materiału porowatego. W kodzie *CFD* ośrodek porowaty opisywany jest trzema

parametrami – skalarnym i dwoma wektorowymi. Skalarem jest porowatość ośrodka czyli w przypadku płyt perforowanych stosunek powierzchni otworów do całkowitej powierzchni płyty, wektorami są przepuszczalność α i współczynnik oporu wewnętrznego C_2 .

Do wyznaczenia parametrów α i C_2 konieczne jest wyznaczenie tzw. charakterystyki zastępczego ośrodka porowatego czyli spadku ciśnienia na płycie perforowanej w funkcji prędkości przepływu.

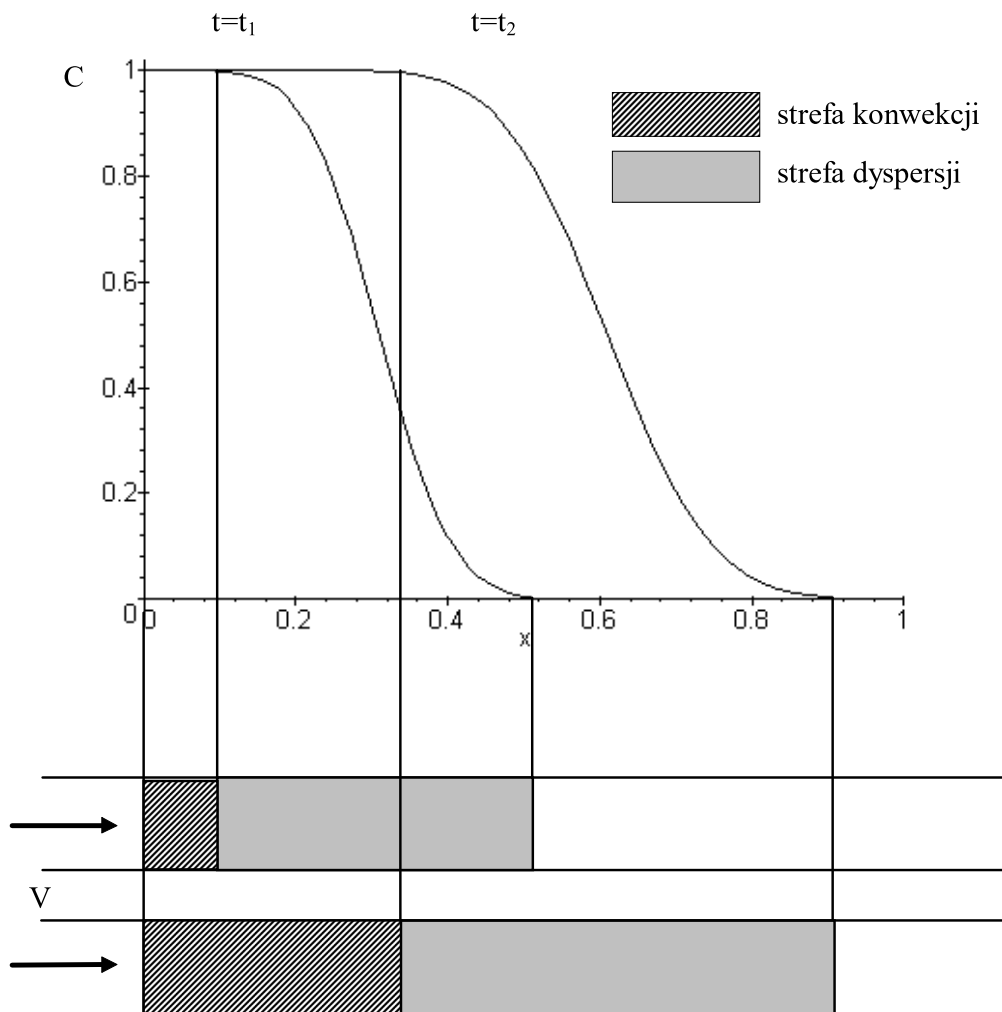
Do tego celu stosuje się równanie (7), ponieważ człon źródłowy ma wymiar dodatkowego spadku ciśnienia generowanego przez perforowaną płytę podzielonego przez grubość płyty, czyli

$$\frac{\Delta p}{\Delta l} = \frac{\mu}{\alpha} w + \frac{1}{2} C_2 w^2$$

Wstępne założenia izotermicznego demistera – model dyspersyjny

Rozważając makroskopowe modele transportu wielkości ekstensywnych w ośrodkach porowatych w literaturze wyróżnia się zasadniczo dwa podejścia do zagadnienia. W pierwszym przypadku dokonuje się uśredniania równań transportu, którego celem jest związanie z każdym punktem ośrodka porowatego uśrednionego równania transportu. Oznacza to, że uśrednione równania transportu dotyczą dowolnego punktu ciała, w którym mogą znajdować się w danej chwili faza stała, ciekła oraz punkt na granicy rozdziału fazy stałej i ciekłej. Drugie podejście bardziej popularne bazuje na tzw. modelu dyspersyjnym. Model ten opiera się na formalnym podobieństwie towarzyszącego przepływowi zjawiska dyspersji hydrodynamicznej do dyfuzji molekularnej. Atrakcyjność modelu polega na przyjęciu tzw. równania dyspersji hydrodynamicznej za podstawowe równanie transportu w ośrodkach porowatych, którego postać matematyczna jest identyczna ze znanym równaniem dyfuzji.

Pojęciem dyspersji hydrodynamicznej [i] określa się globalny efekt wielu procesów fizycznych zachodzących w przepływających płynach, polegający na tym, że każda sztucznie wywołana granica między dwoma mieszającymi się substancjami ulega z czasem coraz silniejszemu rozmyciu. Typowym przykładem jest zjawisko tworzenia się strefy przejściowej przy wypieraniu czystej wody z kolumny porowatej płynnymi materiałami ropopochodnymi. Rozkład koncentracji ropy, początkowo opisany funkcją skokową staje się z czasem coraz bardziej spłaszczony.



Rys. **Błąd!** W dokumencie nie ma tekstu o podanym stylu.-**Błąd!** Nieznany argument **przełącznika**. Rozwój strefy konwekcji i dyspersji (rysunek poglądowy)

Ponieważ w tym przypadku zróżnicowanie własności płynu występuje tylko w kierunku przepływu, obserwuje się wyłącznie dyspersją wzdłużną. W ogólności, dyspersja hydrodynamiczna zachodzi we wszystkich kierunkach, jednak najszybciej w kierunku przepływu.

Mechanizmy dyspersji hydrodynamicznej wynikają zarówno z własności układu fizycznego, jak i charakteru samego przepływu. Dla przepływu przez ośrodki porowate czynniki dyspersji można podzielić na mikrodyspersyjne i makroskopowe. Decydującymi czynnikami mikrodyspersyjnymi są **[Błąd! Nie zdefiniowano zakładki.]**:

- i) różnice prędkości przepływu w różnych porach,

- ii) zmiany prędkości wynikające ze zmian średnicy porów,
- iii) lokalne fluktuacja kierunku przepływu związane z geometrią systemu porów,
- iv) dyfuzja molekularna cząsteczek składnika płynu pomiędzy strugami płynu o różnych prędkościach.

Czynnikami makroskopowymi są niejednorodności ośrodka porowatego objawiające się w zmianach współczynnika filtracji i porowatości [ii]. W literaturze zaznacza się [**Błąd! Nie zdefiniowano zakładki.**], że oddziaływania fizykochemiczne i chemiczne cząsteczek składnika płynu z ośrodkiem porowatym nie są zaliczane do mechanizmów dyspersji hydrodynamicznej. Ich opis wymaga odrębnego formalizmu matematycznego.

Transport masy w ośrodkach porowatych, rozpatrywany od strony skutków wykazuje, podobieństwo do dyfuzji molekularnej. Na tej przesłance opiera się ilościowy opis, czyli matematyczny model zjawiska. Transport dyspersyjny masy płynu można opisać przez równanie fenomenologiczne będące analogonem prawa Ficka:

$$\vec{f}_d = -D \cdot \text{grad}C, \quad (. \text{Błąd! W dokumencie nie ma tekstu o podanym stylu.} - \text{Błąd! Nieznany argument przelącznika.} .)$$

gdzie: \vec{f}_d - gęstość dyspersyjnego strumienia masy,

D - tensor dyspersji,

C - koncentracja składnika.

Zakładamy istnienie transportu konwekcyjnego

$$\vec{f}_k = \vec{V} \cdot C, \quad (. \text{Błąd! W dokumencie nie ma tekstu o podanym stylu.} - \text{Błąd! Nieznany argument przelącznika.} .)$$

gdzie: \vec{f}_k - gęstość konwekcyjnego strumienia masy,

\vec{V} - prędkość transportu masy w ośrodku porowatym tzw. prędkość nasycania.

Całkowita gęstość strumienia masy jest sumą gęstości strumienia konwekcyjnego i dyspersyjnego

$$\vec{f} = \vec{f}_k + \vec{f}_d. \quad (. \text{Błąd! W dokumencie nie ma tekstu o podanym stylu.} - \text{Błąd! Nieznany argument przelącznika.} .)$$

Wykorzystując związek na całkowitą gęstość strumienia można ogólne równanie ciągłości [iii]

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -\operatorname{div} \vec{f}, \quad (. \text{ Błąd! W dokumencie nie ma tekstu o podanym stylu.-Błąd! Nieznany argument przełącznika. })$$

przedstawić w postaci:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -\operatorname{div}(\vec{V} \cdot C) + \operatorname{div}(D \cdot \operatorname{grad} C) \quad (. \text{ Błąd! W dokumencie nie ma tekstu o podanym stylu.-Błąd! Nieznany argument przełącznika. })$$

Równanie to jest podstawowym równaniem modelu dyspersyjnego i znane jest w literaturze pod nazwą równania dyspersji.

Przyjmując za tensor dyspersji D,

$$D = \begin{pmatrix} D_{xx} & D_{xy} & D_{xz} \\ D_{yx} & D_{yy} & D_{yz} \\ D_{zx} & D_{zy} & D_{zz} \end{pmatrix}, \quad (. \text{ Błąd! W dokumencie nie ma tekstu o podanym stylu.-Błąd! Nieznany argument przełącznika. })$$

we współrzędnych kartezjańskich równanie (.2-11) ma postać:

$$\begin{aligned} \frac{\partial C}{\partial t} = & -\frac{\partial}{\partial x}(V_x C) - \frac{\partial}{\partial y}(V_y C) - \frac{\partial}{\partial z}(V_z C) + \\ & + D_{xx} \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + D_{yy} \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + D_{zz} \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} + \\ & + (D_{xy} + D_{yx}) \frac{\partial^2 C}{\partial x \partial y} + (D_{xz} + D_{zx}) \frac{\partial^2 C}{\partial x \partial z} + (D_{zy} + D_{yz}) \frac{\partial^2 C}{\partial z \partial y} \end{aligned} \quad (. \text{ Błąd! W dokumencie nie ma tekstu o podanym stylu.-Błąd! Nieznany argument przełącznika. })$$

Jeżeli ośrodek porowaty jest symetryczny w odniesieniu do jednej płaszczyzny do tensor D ma postać:

$$D = \begin{pmatrix} D_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & D_{yy} & D_{yz} \\ 0 & D_{zy} & D_{zz} \end{pmatrix}. \quad (. \text{ Błąd! W}$$

dokumentcie nie ma tekstu o podanym stylu.-Błąd! Nieznany argument przełącznika.)

Jeżeli ośrodek porowaty jest symetryczny w odniesieniu do dwu płaszczyzn ortogonalnych (ośrodek ortotropowy) to tensor D ma postać :

$$D = \begin{pmatrix} D_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & D_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & D_{zz} \end{pmatrix}. \quad (. \text{ Błąd! W dokumentcie nie ma tekstu o podanym stylu.-Błąd!}$$

Nieznany argument przełącznika.)

Jeżeli ośrodek wykazuje pełną izotropię przestrzenną to :

$D = const.$ (. Błąd! W dokumentcie nie ma tekstu o podanym stylu.-Błąd! Nieznany argument przełącznika.)

W tym przypadku równanie (.2-11) przyjmuje postać:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x}(V_x C) - \frac{\partial}{\partial y}(V_y C) - \frac{\partial}{\partial z}(V_z C) + D \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \right). \quad (. \text{ Błąd! W dokumentcie nie}$$

ma tekstu o podanym stylu.-Błąd! Nieznany argument przełącznika.)

W przypadku nieizotermicznych procesów transportu w ośrodkach porowatych prędkość transportu silnie zależy od pola temperatury. Temperatura wpływa pośrednio na pole prędkości poprzez lepkość, która prawie zawsze maleje wraz ze wzrostem temperatury. Zależność ta jest silnie nieliniowa i określona jest empiryczną korelacją [iv]

$$\mu = \mu_0 \exp\left(G \frac{283^\circ C}{273^\circ C + T} - 1\right), \quad (. \text{ Błąd! W dokumencie nie ma tekstu o podanym stylu. - Błąd!}$$

Nieznany argument przełącznika.)

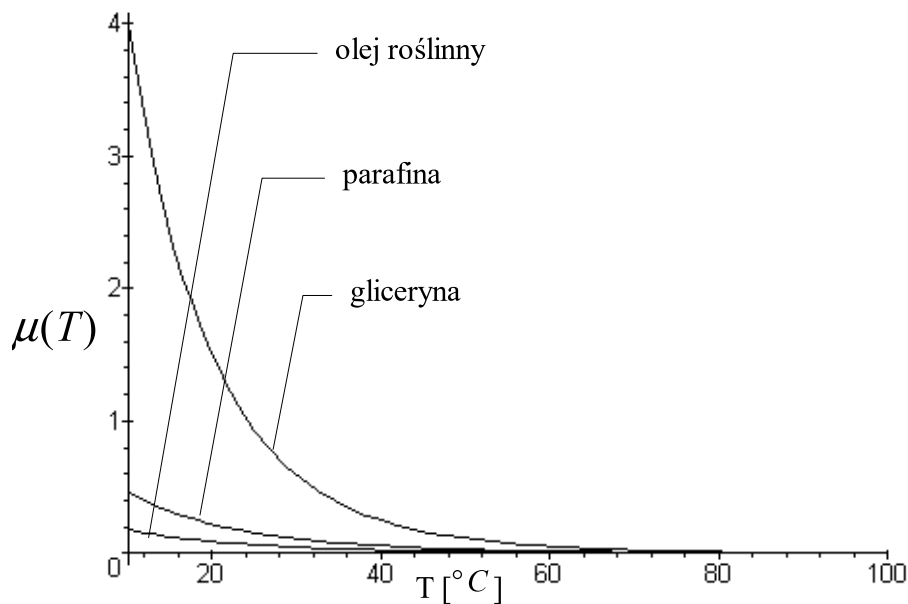
gdzie: μ - lepkość

T -temperatura

μ_0 - lepkość w temperaturze $20^\circ C$

G -parametr eksperymentalny

Poniżej przedstawię na wykresie zależność lepkości od temperatury dla różnych płynów.

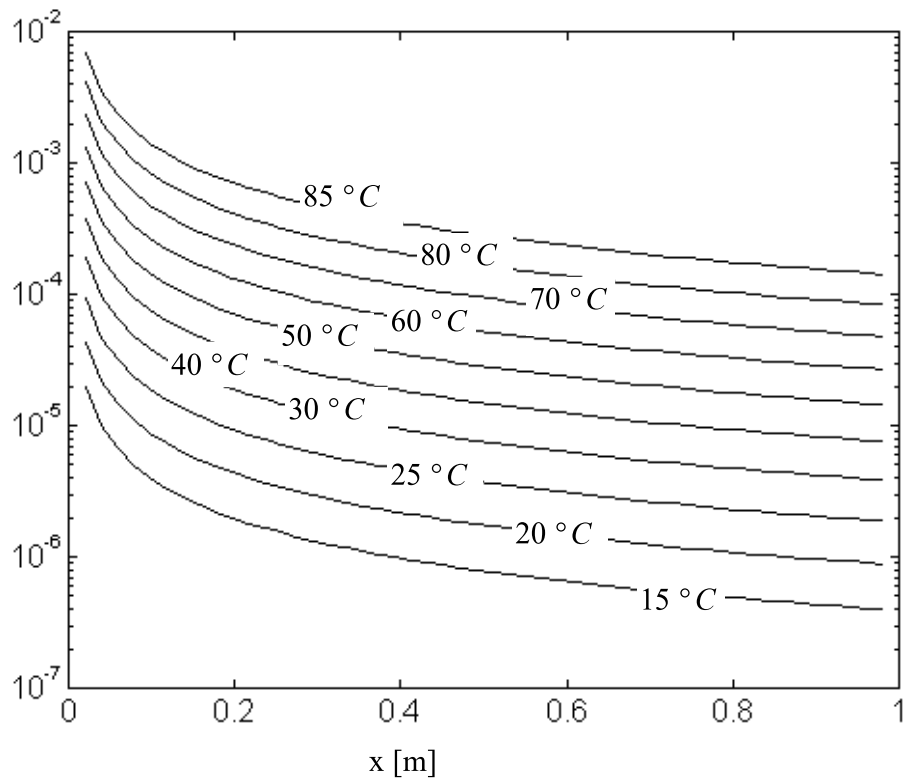


Rys. Błąd! W dokumencie nie ma tekstu o podanym stylu. - Błąd! Nieznany argument przełącznika. Zależność lepkości od temperatury

Poniżej przedstawiam wykres prędkości w funkcji odległości z uwzględnieniem zależności lepkości od temperatury, danej zależnością:

$$V(r, T) = \frac{Rr_k^2 \Delta p}{8r^2 \mu_0 \exp\left(G \frac{283^\circ\text{C}}{273^\circ\text{C} + T} - 1\right)} \quad (. \text{ Błąd! W dokumencie nie ma tekstu o podanym stylu. -}$$

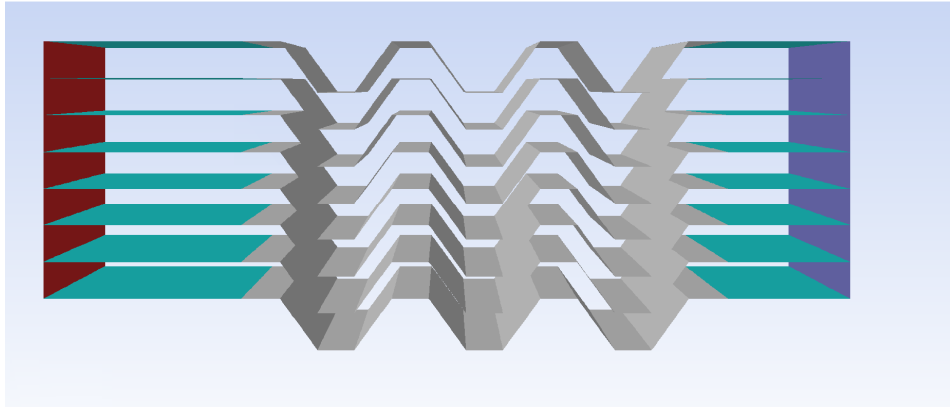
Błąd! Nieznany argument przełącznika.)



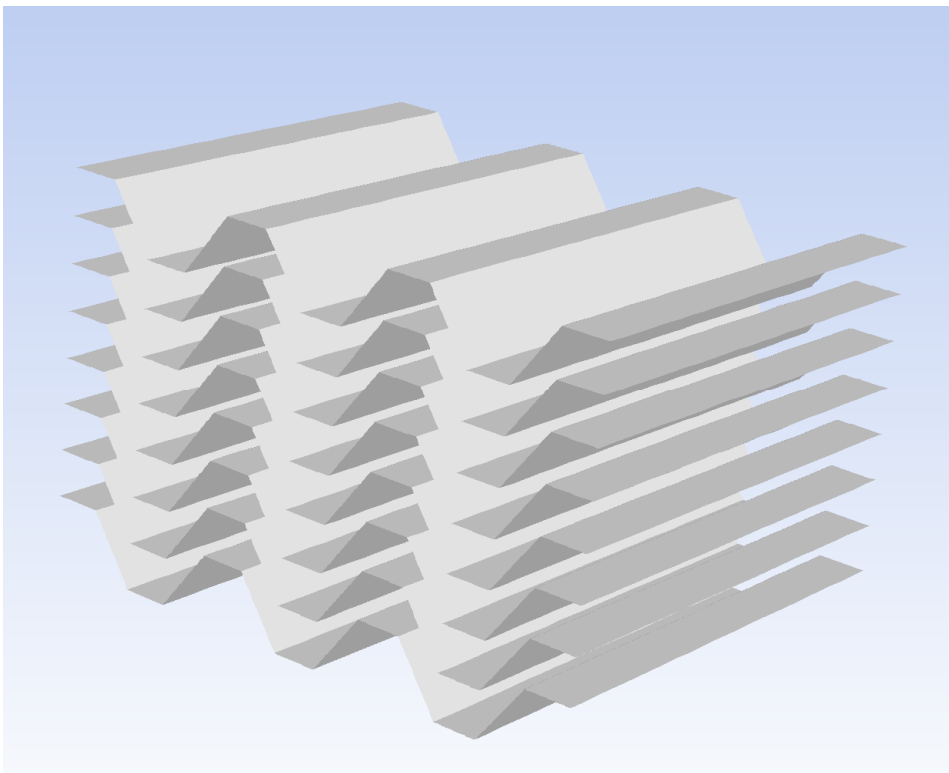
Rys. Błąd! W dokumencie nie ma tekstu o podanym stylu.-Błąd! Nieznany argument przełącznika. Pole prędkości dla różnych temperatur, skala logarytmiczna

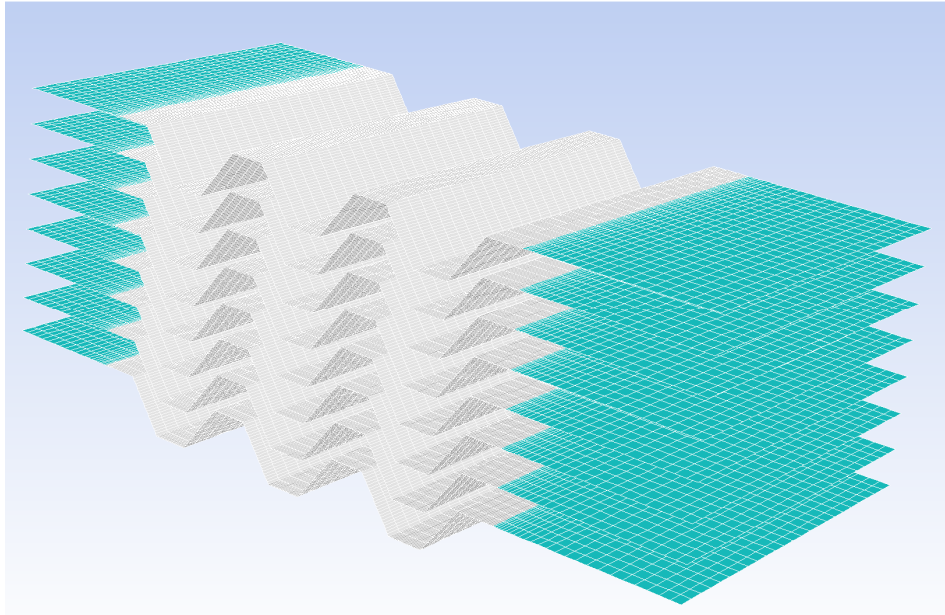
Obliczenia zastępczego demistera

Zgodnie z metodyką pracy przyjętą w poprzednim rozdziale, zasadniczym celem jest opracowanie korelacji na wewnętrzny opór materiału porowatego w funkcji temperatury, który można wprowadzić jako zasadniczy parametr do modelowania pośredniego demistera. W tym celu zbudowano model obliczeniowy przepływu jednofazowego przez kanały demistera i przeprowadzono seryjne obliczenia przy różnych prędkościach przepływu celem wyznaczenia spadków ciśnień na demisterze przy różnych temperaturach medium.



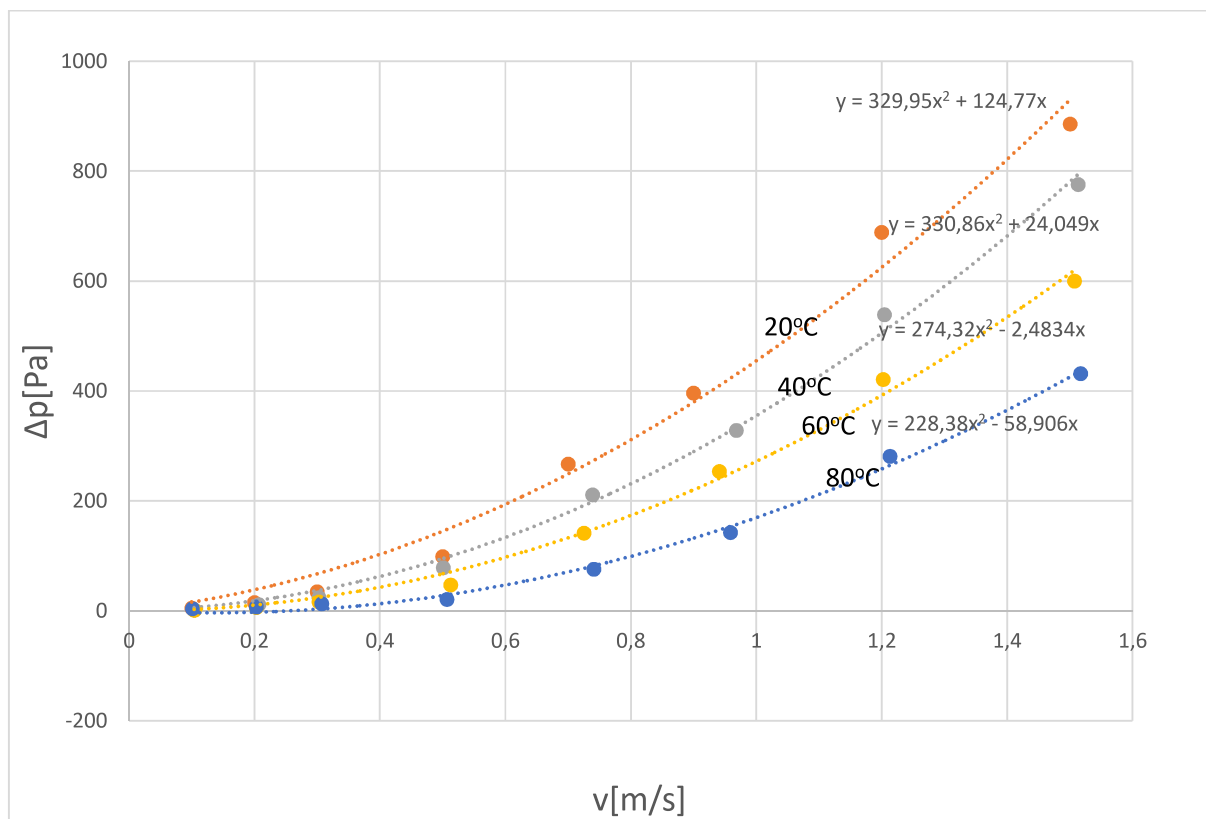
Rys. Model demistera.





Rys. Model demistera

Na wykresie poniżej przedstawiono wyniki symulacji numerycznej charakterystyki oporowej demistera, na podstawie której interpolując dane obliczeniowe za pomocą funkcji kwadratowej otrzymuje się poszukiwane parametry ośrodka porowatego: α oraz C_2 .



Wykres. Charakterystyka demistera w dla różnych temperatur czynnika.

-
- [i] Kreft, A: Problemy modelowania matematycznego dyspersji hydrodynamicznej. *Zeszyty Naukowe AGH*. 61/1983 Kraków.
 - [ii] Zuber A.: Dyspersja wskaźnika przy przepływach przez ośrodki porowate ... , *Zeszyty Naukowe AGH* 302/1971 Kraków
 - [iii] Malczewski J., Piekarski M.: Modele procesów transportu masy, pędu i energii. Warszawa PWN 1992
 - [iv] F. M. White, : Fluids Mechanics, McGraw-Hill, Inc. 1994